

60 JAHRE NACH HÜTTER AERODYNAMISCHE RADIALSCHNITTTHEORIE FÜR WINDENERGIEANLAGEN

Klaus Wiederhöft

Baakendorfer Straße 46, 45478 Mülheim, www.wiederhoeft.info, klaus@wiederhoeft.info

Zusammenfassung

In seiner Dissertation „Beitrag zur Schaffung von Gestaltungsgrundlagen für Windkraftwerke“ [1] lieferte Ulrich Hütter 1942 eine Radialschnitttheorie der reibungsbehafteten Aerodynamik von Windenergieanlagen, die bis heute gelehrt wird. Die ebenfalls bekannten Theorien von Betz [2], Glauert [3] und Schmitz [4] berücksichtigen die Reibung in der Auslegungsaufgabe nicht. Hütter's Theorie ist jedoch nicht durchgehend konsistent und liefert für hohe Schnelllaufzahlen unplausible Ergebnisse. Hier wird eine reibungsbehaftete Radialschnitttheorie präsentiert, die konsistent ist und für große Schnelllaufzahlen im Gegensatz zu der Hütters plausible Ergebnisse liefert. Es wird gezeigt, dass im Gültigkeitsbereich von Radialschnitttheorien genau bei $\lambda = E$ der optimale Wirkungsgrad zu Null wird.

1 Einleitung

Um dem Wind Energie zu entziehen, wird die Luftströmung abgebremst, so dass die kinetische Energie abnimmt. Das Verhältnis zwischen den axialen Strömungsgeschwindigkeiten weit hinter und weit vor dem Windenergiekonverter wird hier, wie bei Hütter, definiert als Abbremsverhältnis ζ (Abb. 1):

$$\zeta = \frac{v_3}{v_\infty} \quad (\text{Gl. 1})$$

Dabei wird der Nachstrom reibungsfrei betrachtet.

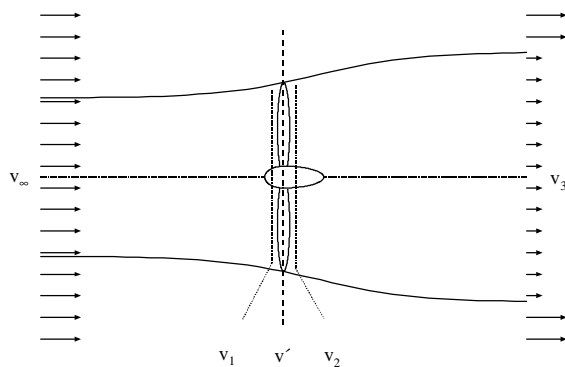


Abb. 1 Bezeichnung der Größen in den Ebenen

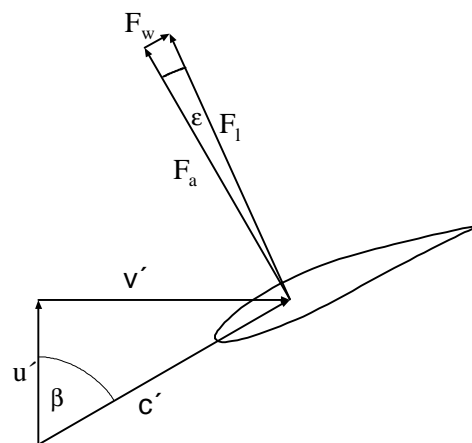
Als weitere Anlehnung an die Arbeit Ulrich Hütters werden die Strömungsgeschwindigkeiten und -winkel bezeichnet, wie in Abb. 2 ersichtlich.

Als zentrale Ähnlichkeitskennzahl für die Aerodynamik der Windenergieanlage wird die lokale Schnelllaufzahl λ , das Verhältnis aus der Umfangsgeschwindigkeit des Flügelabschnitts zur ungestörten Windgeschwindigkeit eingesetzt:

$$\lambda = \frac{\omega r}{v_\infty} \quad (\text{Gl. 2})$$

λ ist formal eine Strouhal-Zahl, liefert hier jedoch keine Aussage über Schwingungen und instationäre Vorgänge. Diese Radialschnitttheorie ist, ebenso wie

die vorgenannten Theorien, stationär. Weiterhin ist λ nicht mit der Schellaufzahl σ für Turbomaschinen zu verwechseln.



Legende:

- u' : Axialgeschwindigkeit in der Rotorebene
- v' : Umfangsgeschwindigkeit in der Rotorebene
- c' : Relativgeschwindigkeit in der Rotorebene
- F_a : Auftriebskraft
- F_w : Widerstandskraft
- F_l : Luftkraft

Abb. 2 Geschwindigkeiten in der Rotorebene

2 Herleitung der zentralen Gleichung

Auf Basis des Impulssatzes und der Profiltheorie lassen sich nun folgende Aussagen über das lokale Drehmoment M treffen:

$$dM = 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dr \cdot \rho \cdot v' \cdot \Delta u \quad (\text{Gl. 3})$$

und

$$dM = z \cdot t \cdot r \cdot dr \cdot c_a \frac{\rho}{2} (u'^2 + v'^2) \left(\cos(\beta) - \frac{1}{E} \sin(\beta) \right) \quad (\text{Gl. 4})$$

Dabei sind Δu die tangentielle Geschwindigkeitsänderung in der Rotorebene, z die Anzahl der Flügel, r der lokale Radius, t die lokale Profiltiefe und c_a der Auftriebsbeiwert. $E = \cotan(\epsilon)$ ist die lokale Profilleitzahl.

Die Kopplung dieser Gleichungen ergibt:

$$2 \pi r v' \Delta u = z t c_a \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) \left(\cos(\beta) - \frac{1}{E} \sin(\beta) \right) \quad (\text{Gl. 5})$$

Entsprechend ergibt die Kopplung der Gleichungen für den Schub aus Profiltorie und dem Impulsmomentensatz:

$$2 \pi r v' (v_\infty - v_3) = z t c_a \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) \left(\sin(\beta) + \frac{1}{E} \cos(\beta) \right) \quad (\text{Gl. 6})$$

Es ist sinnvoll, die Geschwindigkeiten durch Division auf die ungestörte Windgeschwindigkeit v_∞ zu normieren, z.B.:

$$\Delta u^* = \frac{\Delta u}{v_\infty} \quad (\text{Gl. 7})$$

Die Kopplung dieser Gleichungen ergibt dann zunächst:

$$\Delta u^* \left(\tan(\beta) + \frac{1}{E} \right) = \left(1 - \frac{1}{E} \tan(\beta) \right) (1 - \zeta) \quad (\text{Gl. 8})$$

Als weiterer zentraler Bestandteil der Radialschnitttheorien werden hier mit dem Froude-Rankine'schen Theorem der Winkel β ersetzt und die Geschwindigkeit in der Rotorebene bestimmt:

$$v'^* = \frac{1 + \zeta}{2} \quad (\text{Gl. 9})$$

$$\tan(\beta) = \frac{2\lambda + \Delta u^*}{1 + \zeta} \quad (\text{Gl. 10})$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung für den Leistungsbeiwert c_p :

$$c_p = \lambda (1 + \zeta) \Delta u^* \quad (\text{Gl. 11})$$

Ergibt sich die zentrale Kopplungsgleichung der reibungsbehafteten Theorie:

$$c_p = \lambda (1 + \zeta) \left[-\lambda - \frac{1}{E} + \sqrt{\left(\lambda + \frac{1}{E} \right)^2 + 1 - \zeta^2} - \frac{2\lambda(1 - \zeta)}{E} \right] \quad (\text{Gl. 12})$$

Dieser Gleichung steht die Gleichung 41 in Hütters Dissertation gegenüber, die jedoch abweichende Ergebnisse liefert. Der Grenzwert für verschwindende Reibung, also die zentrale Kopplungsgleichung der reibungsfreien Theorie lautet:

$$\lim_{E \rightarrow \infty} c_p = \lambda (1 + \zeta) \left[-\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 1 - \zeta^2} \right] \quad (\text{Gl. 13})$$

Dies entspricht exakt Gleichung 27 in Hütters Dissertation. Die reibungsbehaftete Theorie konvergiert gegen die reibungsfreie Theorie, die sie als Spezialfall beinhaltet. Die Ergebnisse der Auslegungsaufgabe für den reibungsfreien Fall sind identisch mit denen nach Schmitz, Hütter und Glauert.

3 Optimierungsaufgabe

Für den reibungsfreien Fall sei auf die elegante analytische Lösung nach Schmitz verwiesen. Für die Lösung der zentralen Kopplungsgleichung wurden hier iterative Algorithmen eingesetzt. Mit bekanntem ζ können dann alle übrigen Größen für den einzelnen Radialschnitt bestimmt werden.

4 Ergebnisse

Abb. 3 zeigt die optimale Abbremszahl ζ für verschiedene Profilleitzahlen E über λ . Betz liefert den bekannten Wert $1/3$, die reibungsfreien drallbehafteten Theorien liefern 0.5 bei $\lambda=0$ (optimales Anlaufmoment) und eine rasche Konvergenz gegen den Wert von Betz für größer werdende Schnellaufzahlen. Im technisch interessanten Bereich oberhalb von $\lambda=0.5$ liefert diese Theorie höhere Werte für ζ , also einen größeren Massendurchsatz, als [1], [3] und [4]. Für $E=10$ und $\lambda=10$ beträgt der optimale Wert $\zeta=1$.

Es gilt allgemein:

$$\zeta_{\text{opt}} = 1 \text{ für } \lambda = E.$$

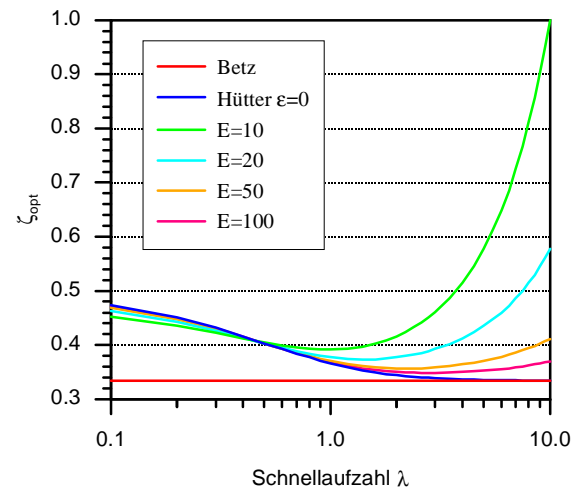


Abb. 3 Optimales Abbremsverhältnis ζ

Abb. 4 zeigt die maximal möglichen Leistungsbeiwerte. Die Lösungen konvergieren für größer werdende Gleitzahlen E erkennbar gegen diejenigen der reibungsfreien Theorien. Bei einer Gleitzahl von 100 wird maximal ein Wert von ca 55% bei einer Schnellaufzahl von 3 erreicht.

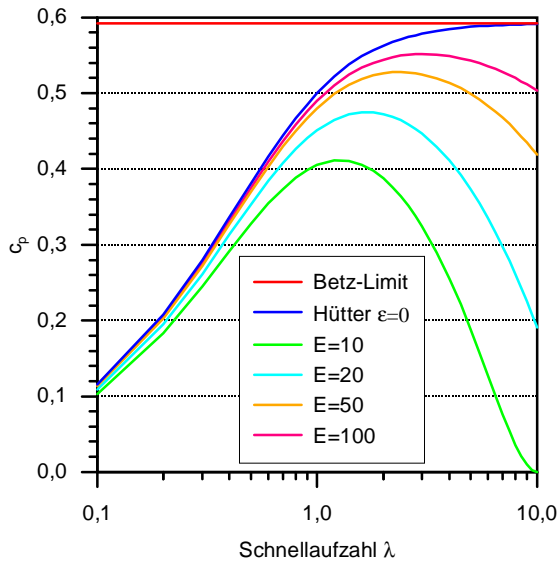


Abb. 4 Optimaler Leistungsbeiwert c_p

In Abb. 5 sind die optimalen Winkel β dargestellt. Betz und die reibungsfreien Theorien liefern für $\lambda=0$ die bekannten Werte 0° bzw. 30° . Die reibungsbehaftete Auslegung liefert im Vergleich zu den reibungsfreien Theorien entsprechend dem größeren Massendurchsatz etwas geringere Werte für β_{opt} .

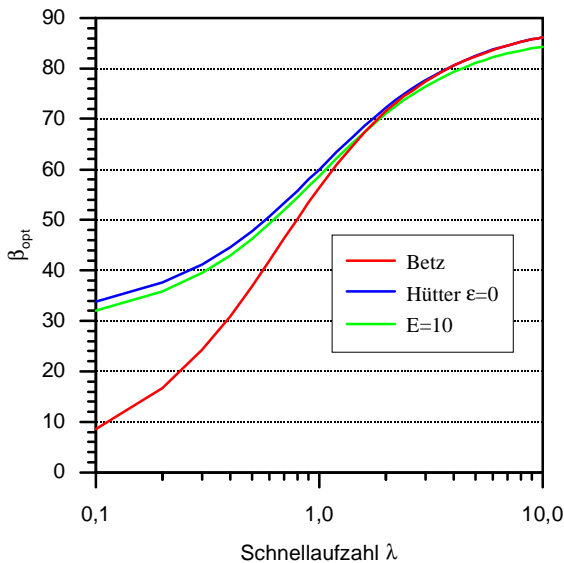


Abb. 5 Optimaler Anströmwinkel β

Die optimale Blatttiefe σ ist hier definiert als:

$$\sigma = \frac{z \cdot t}{2\pi \cdot r} \quad (Gl. 14)$$

σ fällt im Bereich $\lambda > 0.5$ entsprechend dem höheren Massendurchsatz geringer aus, als in den übrigen Theorien. Bei sehr kleinen Schnellaufzahlen entsprechend größer. Für $\lambda=E$ wird die optimale Blatttiefe zu Null.

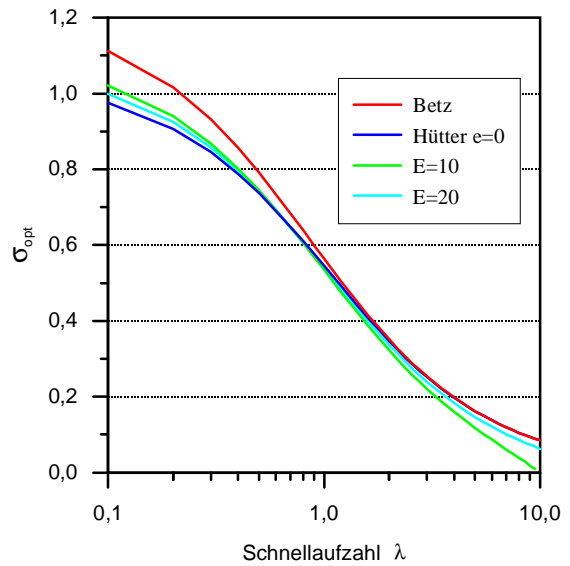


Abb. 6 Optimale dimensionslose Blatttiefe σ^*

Abb. 7 zeigt die optimale Zirkulation im Rahmen dieser Theorie in dimensionsloser Darstellung.

Die Gleichung für Γ :

$$\Gamma = \frac{w}{2} \cdot t \cdot c_a \quad (Gl. 15)$$

lässt sich, da hier Randeefekte nicht betrachtet werden auch schreiben als:

$$\Gamma = \frac{z \cdot t}{2} \cdot c_a \cdot \sqrt{(u'^2 + v'^2)} \quad (Gl. 16)$$

Einsetzen in Gl. 6 liefert einen zunächst dimensionsbehafteten Wert, der durch Bezug auf v_∞ und Ersetzen des Radius r durch λ dimensionslos die Verteilung über ein Rad zeigt, dessen Radialschnitte dieser Optimierung genügen. Bei hochwertigen Profilen ist im technisch interessanten Bereich lediglich ein leichter Rückgang zur Nabe hin zu erkennen. Selbstverständlich verschwindet auch die optimale Zirkulation Γ bei $\lambda=E$.

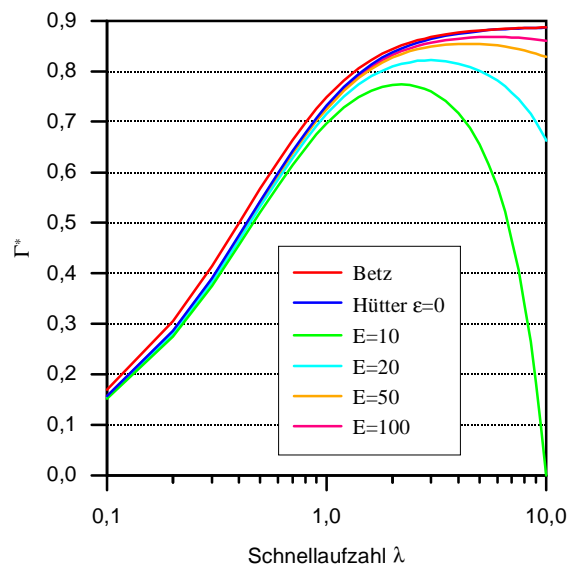


Abb. 7 Optimale dimensionslose Zirkulation Γ^*

5 Vergleich der reibungsbehafteten Theorien von Hütter und Wiederhöft

Die Nachrechnungsaufgabe ist für Glauert, Hütter, Schmitz und Wiederhöft gleich. Auch liefern die reibungsfreien Theorien nach Glauert, Hütter, Schmitz und Wiederhöft identische Ergebnisse. Abb. 8 zeigt nun die Unterschiede der beiden reibungsbehafteten Auslegungstheorien.

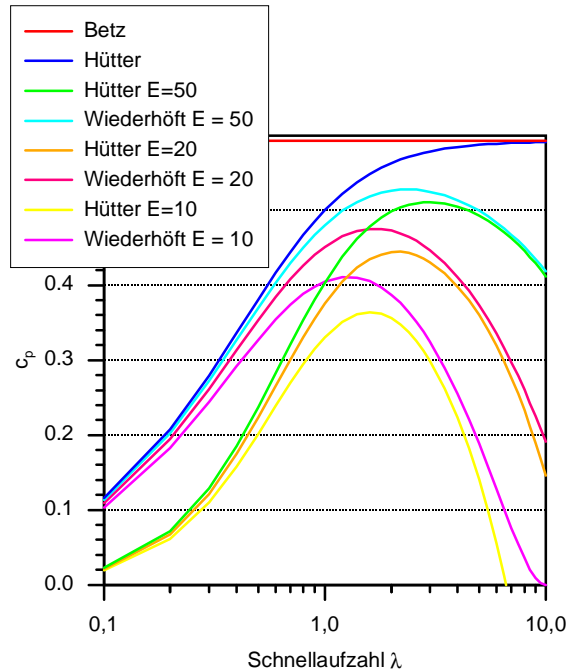


Abb. 8 Vergleich der reibungsbehafteten Theorien

Über den gesamten Bereich von λ liefert diese Theorie höhere Werte für den Leistungsbeiwert c_p . Für $\lambda=10$ ist erneut zu erkennen, dass in dieser Theorie genau für $\lambda=E$ der Wirkungsgrad zu Null wird. Im technisch weniger interessanten Bereich sehr kleiner Schnelllaufzahlen ist gut zu erkennen, dass die hier vorgestellte Theorie für sehr große Gleitzahlen E gegen die gemeinsame reibungsfreie Lösung konvergiert, während Hütters reibungsbehaftete Theorie diese Eigenschaft der Konsistenz nicht aufweist. Der Grund für das Konsistenzproblem Hütters ist darin zu finden, dass Hütter die Bestimmung der optimalen Werte für ζ , β und t reibungsfrei gelöst hat, und die reibungsbehaftete Theorie letztlich eine vereinfachte Korrektur bezüglich der Reibungsverluste darstellt. Dies ist jedoch wegen der heute zur Verfügung stehenden Rechnerleistung nicht mehr notwendig. Die hier vorgestellte Theorie stellt die bisher ausstehende konsequente Umsetzung der bekannten Ansätze dar.

6 Fazit

Es kann auch anschaulich gezeigt werden, dass die Optimierung mit einer Radialschnitttheorie für $\lambda=E$ die hier vorgestellten Ergebnisse erwarten lässt.

Bei endlicher Profiltiefe verschwindet der Wirkungsgrad, wenn die Luftkraft nur eine axiale Komponente aufweist (Abb. 2). Verringern der Profiltiefe bewirkt dann eine Vergrößerung des Massendurchsatzes, eine Verringerung von β und damit wieder eine nutzbare Tangentialkomponente der Luftkraft. Entsprechend endet die Optimierung bei verschwindender Belastung.

Die konsequente Umsetzung der bereits von Hütter vorgestellten Ansätze bringt in der Auslegung durchaus deutliche Abweichungen und ermöglicht eine konsistente Darstellung.

Damit stehen für den Vergleich mit weitergehenden oder anderen Ansätzen, vergleiche z.B. [5,6,8 und 10], neue Werte für die einfachen Radialschnitttheorien zur Verfügung.

7 Literatur

7.1 Quellen

- [1] Hütter, Ulrich: Beitrag zur Schaffung von Gestaltungsgrundlagen für Windkraftwerke. Dissertation TH Wien 1942
- [2] Betz, Albert: Windenergie und ihre Ausnutzung durch Windmühlen. Göttingen 1926
- [3] Glauert, H.: Windmills and fans. Aerodynamic theory, vol.4, Berlin 1935
- [4] Schmitz, Gerhard: Theorie und Entwurf von Windrädern optimaler Leistung. Rostock 1955

7.2 Literatur

- [5] De Vries Otto: On the Theory of the horizontal axes wind turbine. Annual Review of fluid dynamics 1983
- [6] Gasch, Robert: Windkraftanlagen. Stuttgart 1993
- [7] Hütter, Ulrich: The aerodynamic layout of wing blades of wind-turbines with high tip-speed ratio. Rom 1961
- [8] Schaffarczyk Peter, John T. Conway: Comparison of a nonlinear actuator disk theory with numerical integration including viscous effects. CASI vol. 46, No. 4, 2000
- [9] Schatter, Winfried: Windkonverter. Braunschweig 1987
- [10] Weber, Wolfgang: Beitrag zur Theorie des optimalen Massendurchsatzes der Windturbine bei starker Belastung. Dissertation Uni Stuttgart 1981